

## "QED - Materie, Licht und das Nichts"

1

### Wissenschaftliches Gebiet und Thema:

Physikalische Eigenschaften von Licht

#### Titel/Jahr:

"QED – Materie, Licht und das Nichts" (2005)

#### Filmstudio:

Science motion

### Regisseur:

Stefan Heusler

#### Webseite des Films:

http://www.sciencemotion.de/

## Beschreibung des Films:

Die DVD hat zwei Teile. Im künstlerischen Teil (30 Min.) besucht das Puppenduo Nick & Prof. Schwerelos auf ebenso charmante wie eigenwillige Weise das Gedankengebäude, das Einstein & Co. uns hinterlassen haben. Die beiden etwas verschrobenen Wissenschaftler experimentieren, entwickeln Modelle, simulieren am Computer und haben jede Menge Spaß dabei, ohne dass zwangsläufig jede Idee gut oder jede Aussage vollkommen wasserdicht wäre. In rasantem Tempo werden so Modellvorstellungen zum Thema *Licht* aus den verschiedenen Physikepochen spielerisch präsentiert. Den roten Faden spinnen dabei zwei Naturkonstanten: Die Lichtgeschwindigkeit c und das Planck'sche Wirkungsquantum h.



Der technische Teil der DVD (120 Min.) beschreibt in einer Kombination aus Bildern und Formeln einzelne Bausteine zur Entwicklung der modernen Theorie der Wechselwirkung von Licht mit Materie, der Quantenelektrodynamik (QED). Die Modelle und Experimente des künstlerischen Teils werden in ca. 30 einzelnen Sequenzen weiter vertieft. Für etwa die Hälfte der technischen Sequenzen reicht Schulmathematik aus.

Link zur Trailer Webseite http://www.sciencemotion.de/

#### DVD kaufen:

Die DVD kann für EUR 20,00 zzgl. Versandkosten per E-Mail bestellt werden über <a href="http://www.sciencemotion.de/">http://www.sciencemotion.de/</a>



### Künstlerischer Teil, Kapitel 4:

Titel der Szene:

Das Atom

Videoclip oder Foto:

Kapitel 4, Künstlerischer Teil

Zeitintervall:

Start bei 2:35

Autor:

Stefan Heusler, Annette Lorke

**Editor:** 

Stefan Heusler

## Wissenschaftliche Schlagwörter:

Energieniveaus im Atom, Bohrs Atommodell, Planck'sches Wirkungsquantum, Positronen

### Beschreibung der Szene:





Prof. Schwerelos und Nick verbrennen verschiedene Elemente (z.B. Calcium) und finden dabei heraus, dass die Farbe der Flamme von der Atomsorte abhängt. Sie deuten die Resultate mit einem einfachen Modell: Eine Treppe mit verschiedenen Stufenhöhen, auf der ein Frosch auf- und abhüpfen kann. Jede Stufe der Treppe entspricht einem Energieniveau im Atom. Der Frosch kann auf eine höhere Stufe springen, wenn er ein Photon absorbiert. Wenn der Frosch eine Stufe tiefer springt, emittiert er ein Photon.

Ein Sprung ist nur möglich, wenn die Energiedifferenz der beiden Stufen genau der Energie des absorbierten bzw. emittierten Photons entspricht. Darum ist die Energie und somit die Farbe des emittierten Photons für jeden Sprung eindeutig festgelegt. Da jedes Atom eine charakteristische Treppe aufweist, hat es ein eindeutig festgelegtes Spektrum von Farben, die durch das Atom emittiert werden. Daher kann die Atomsorte durch eine Spektralanalyse eindeutig bestimmt werden.

Prof. Schwerelos und Nick vergleichen ihr Modell mit Bohrs Atommodell. Das Bohr'sche Atommodell ist irreführend, da bestimmte Bahnen des Elektrons um den den Atomkern postuliert werden. Das Elektron folgt aber nicht einer bestimmten Bahn, sondern verhält sich wie eine stehende Welle. Anschließend doziert Prof. Schwerelos über die Geschichte der Atomphysik. Im Jahre 1928 kombinierte Paul Dirac die spezielle Relativitätstheorie mit der Quantenmechanik. Es gelang ihm, die "Energietreppe" (das Spektrum) des Wasserstoffatoms sehr genau zu berechnen. Darüber hinaus sagte Dirac aufgrund seiner Berechnungen die Existenz von Antimaterie – des Positrons – voraus.

www.cisci.net © CISCI 2006

2



Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke E-Mail: sciencemotion@web.de

Film: QED – Materie. Licht und das Nichts

Filmszene: Kapitel 4, Künstlerischer Teil

Regisseur: Stefan Heusler

Film Studio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

#### **Einfaches Niveau**

Die mögliche Existenz des "Unteilbaren" hat schon lange fasziniert. Die alten Griechen dachten, dass ein Element aus kleinen, nicht teilbaren Stücken besteht und tauften das Unteilbare "Atom". Heute wissen wir, dass Atome weiter geteilt werden können in negativ geladene Elektronen und positiv geladene Atomkerne, die wiederum aus Protonen und Neutronen bestehen. Das einfachstmögliche Beispiel ist das Wasserstoffatom, das nur ein Proton, ein Elektron und kein Proton besitzt. Um eine Vorstellung von der Größenordnung des Wasserstoffatoms zu bekommen, nimm einen Millimeter und reihe 10 Millionen Wasserstoffatome aneinander.

Kann man Atome sehen, zum Beispiel durch ein Mikroskop? Atome kann man nicht direkt sehen. Es gibt nur indirekte Methoden, um die Komponenten von Atomen zu bestimmen. Zum Beispiel kann ein Elektron durch das Licht, das es aussendet, wahrgenommen werden. In diesem Fall springt das Elektron auf seiner *Energietreppe* von einer höheren Stufe auf eine niedrigere und sendet dabei ein Photon aus.

Für das Wasserstoffatom können sämtliche Energieniveaus des Elektrons (das Spektrum des Atoms) genau gemessen und berechnet werden. Viele Physiker haben im 20. Jahrhundert an diesen Messungen und Berechnungen mitgearbeitet, die inzwischen Ecksteine der modernen Quantenmechanik geworden sind. Nur für das Wasserstoffatom ist es möglich, so genaue Rechnungen durchzuführen. Für andere Atome, z.B. Kohlenstoff, sind die Gleichungen auch heute noch viel zu kompliziert, um genauso präzise gelöst werden zu können.



Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke E-Mail: sciencemotion@web.de

QED - Materie, Licht und das Nichts Film:

Kapitel 4, Künstlerischer Teil Filmszene:

Regisseur: Stefan Heusler

Film Studio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

## Fortgeschrittenes Niveau

Unser Modell der Energietreppe beschreibt die so genannte Quantisierung der Energieniveaus des Elektrons im Atom. Wenn es keine Quantisierung gäbe, könnten die Elektronen kontinuierlich jegliche Energie annehmen. Dann müsste man anstelle einer Treppe eine schiefe Ebene als Modell annehmen.

Wenn wir die ausgesendete Strahlung aller Atome näher betrachten, stellen wir fest, dass es für jedes Atom ein charakteristisches Spektrum gibt. Dieser experimentelle Befund lässt sich nicht erklären. Das Beste, was man versuchen kann, ist nach einem gemeinsamen Prinzip zu suchen, das hinter all diesen spezifischen Spektren steht.

Die Energietreppe des Atoms beruht auf einem sehr tiefgehenden, gemeinsamen Prinzip. Wenn wir postulieren, dass der Ort x und Impuls p des Elektrons nicht miteinander kommutieren und dass ihr Kommutator<sup>1</sup> proportional zum Planck'schen Wirkungsquantum ist, folgt daraus, dass die Energieniveaus der Elektronen im Atom diskret sind.

Das bedeutet in Formeln:

Dieses Postulat ist das gemeinsame Prinzip, mit dem die Atomspektren und das Verhalten des Elektrons im Atom beschrieben werden kann. Die Planck'sche Konstante ist gegeben durch 
$$h = 6,6*10^{-34}$$
 Js. Die Zahl i ist die

imaginäre Einheit, deren Quadrat gleich minus eins ist.

$$\mathbf{i}^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$
 Die Tatsache, dass Ort und Impuls nicht kommutieren, ist nicht nur für Elektronen gültig sondern für jegliche Art von Materie. Sie ist der Schlüssel zur Quantenmechanik.

Paul Dirac versuchte, die spezielle Relativitätstheorie mit der Quantenmechanik zu kombinieren. Der relativistische Ausdruck für die Energie eines freien Teilchens ist<sup>2</sup>:  $\mathbb{E}^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$  Ein freies Elektron mit der Ruhemasse  $m_0$ , dem Impuls p und ohne äußeres Potential (z.B. Coulomb Potential) hat die Gesamtenergie E. Diese Gleichung enthält nur eine Naturkonstante, die Lichtgeschwindigkeit c ≈ 300.000 km/s. Die Naturkonstante h = 6,6 10<sup>-34</sup> Js wird über die Kommutator-Beziehung  $x^*p - p^*x = i^*h/(2\pi)$  in die Theorie eingeführt werden.

Dirac versuchte eine Gleichung zu finden, die das Elektron so beschreibt, dass sowohl die Nicht-Kommutativität von Ort und Impuls als auch die Tatsache, dass die Lichtgeschwindigkeit c die Maximalgeschwindigkeit für das Elektron ist, berücksichtigt sind. Offensichtlich muss diese Gleichung sowohl die Lichtgeschwindigkeit c als auch das Plancksche Wirkungsquantum h enthalten. Diracs Ziel war es, die Energietreppe des Elektrons im Wasserstoffatom exakt zu berechnen.

Im Jahr 1928 formulierte Dirac schließlich seine berühmte Gleichung, die heute Dirac-Gleichung heißt. Die Energietreppe, die mit dieser Gleichung für das Wasserstoff

www.cisci.net © CISCI 2006

4

Der Kommutator wird ausführlicher erklärt in Kapitel 4b der DVD.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Diese Formel wird in Kapitel 1f der DVD hergeleitet.



berechnet wurde, stimmte perfekt mit den Messungen seiner Zeit überein. Seine Gleichung machte darüber hinaus eine sehr weit reichende Vorhersage:

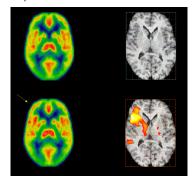
Wenn die Energie  $E_{Stufe}$  eine Lösung der Dirac-Gleichung ist, dann muss auch -  $E_{Stufe}$  eine Lösung sein. Das ist bereits offensichtlich durch die relativistische Gleichung für die Energie, die quadratisch ist. Die physikalische Interpretation für die positiven Energiestufen ( $E_{Stufe\ 1}, E_{Stufe\ 2}, E_{Stufe\ 3},...$ ) ist die folgende: Sie bilden gemeinsam die Energietreppe für das Elektron, auf der es rauf und runter springen kann, in dem es Photonen absorbiert oder emittiert.

Wie lassen sich die Treppenstufen mit negativer Energie (- $E_{Stufe\ 1}$ , - $E_{Stufe\ 2}$ , - $E_{Stufe\ 3}$ ,...) physikalisch interpretieren?

Auch für Paul Dirac war es nicht einfach, die richtige Antwort zu finden. Nach einigem Rätselraten sagte er voraus, dass es noch ein weiteres, bisher unentdecktes Teilchen geben müsse, dass exakt dieselbe Masse wie das Elektron jedoch umgekehrte Ladung habe. Dieses Teilchen heißt heute *Positron*, es ist das Antiteilchen des Elektrons. Allerdings haben sowohl Materie als auch Anti-Materie positive Energie.

Wenn ein Elektron und ein Positron aufeinandertreffen, zerfallen sie in zwei Photonen (bezeichnet mit γ + γ). Die Energie der Photonen ist die Summe e\* + e\* → γ + γ aus der Ruhemasse (511 keV + 511 keV) und der kinetischen Energie von Elektron und Positron. Wenn Elektron und Positron vor dem Zerfall fast ruhen, haben die Photonen zueinander einen umgekehrten Impuls, jeweils eine Energie von E ≈ 511 keV und die Frequenz v=E/h.

Diese Reaktion wird mittlerweile als medizinische Diagnosemethode verwendet, um die Glukosedichte im Gehirn zu messen. Die Positronen werden dadurch erzeugt, dass radioaktive Glukose in das Blut eingespritzt wird. Diese Methode heißt Positron-Emissions-Tomographie (PET).



PET-Bild des Gehirns (Quelle: <a href="http://nru.dk/research/illustrations/">http://nru.dk/research/illustrations/</a>), die rote Farbe zeigt eine hohe Dichte von zerfallenden Elektron-Positron Paaren in radioaktiver Glukose an ( $\beta^+$ -Zerfall)

Internetseite zur Positron-Emissions-Tomographie http://en.wikipedia.org/wiki/Positron emission tomography



Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke E-Mail: sciencemotion@web.de

Film: QED – Materie, Licht und das Nichts

Filmszene: Kapitel 4, Künstlerischer Teil

Regisseur: Stefan Heusler

Film Studio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

### Weiterführende Informationen

Um zu zeigen, dass die Drehimpulsalgebra (Kapitel 4d) eine direkte Konsequenz aus der fundamentalen Kommutator-Beziehung  $x^*p$  -  $p^*x$  =  $i^*h/(2\pi)$  ist, führen wir ein dreidimensionales Koordinatensystem (x, y, z) ein. Der Drehimpuls wird in der klassischen Mechanik definiert als

$$J_x = y p_z - z p_y$$
 und zyklisch

Die Gleichungen für  $L_y$  und  $L_z$  erhalten wir durch zyklische Rotation  $x \to y \to z \to x \to y...$  aus obiger Gleichung:

$$J_{Y} = z p_{x} - x p_{z}$$

$$J_{z} = x p_{y} - y p_{x}$$

Zum Beispiel wird eine Kugel der Masse m, die um die z-Achse mit der Winkelgeschwindigkeit w rotiert durch die Koordinaten (x, y) und den Impuls  $(p_x, p_y)$  zur Zeit t beschrieben:

$$x = r \cos[wt]$$
,  $p_x = m \frac{d}{dt} x = -m w r \sin[wt]$   
 $y = r \sin[wt]$ ,  $p_y = m \frac{d}{dt} y = m w r \cos[wt]$ 

Der Drehimpuls in z-Richtung für diesen Ball ist gegeben durch

 $J_x = x p_y - y p_x = m w r^2$  In der klassischen Mechanik ist jeder Wert für die Winkelgeschwindigkeit w erlaubt und somit auch jeder Wert von  $J_z$ . Wenn wir die Kommutator-Beziehung  $x^*p - p^*x = i^*h/(2\pi)$  (und zyklisch) einführen, können wir daraus die Kommutator-Beziehungen zwischen  $J_x$ ,  $J_y$  und  $J_z$  herleiten:

$$[J_x, J_Y] = i \frac{h}{2\pi} J_z$$

Wie in Kapitel 4d der DVD näher erläutert, ist die Lösung dieser Algebra eine Treppe mit jeder beliebigen Anzahl von Stufen. Die Stufenhöhe ist  $h/(2\,\pi)$ . Physikalisch bedeutet dies, dass der Drehimpuls sich immer nur in Schritten der Größe  $h/(2\,\pi)$  verändern kann. Der kleinstmögliche Drehimpuls ist  $h/(2\,\pi)$ .

In Kapitel (4 d) haben wir die Drehimpulsalgebra in einer anderen Basis mit anderen Operatoren (so genannte Auf- und Absteigeoperatoren) dargestellt. Der Zusammenhang zu  $J_x$ ,  $J_y$  und  $J_z$  ist gegeben durch

$${\tt J}^{\star} \; = \; \frac{1}{\sqrt{2}} \; \left( \; {\tt J}_{\varkappa} \; + \; {\tt i} \; {\tt J}_{\upgamma}^{} \right) \; , \qquad {\tt J}^{-} \; = \; \frac{1}{\sqrt{2}} \; \left( \; {\tt J}_{\varkappa} \; - \; {\tt i} \; {\tt J}_{\upgamma}^{} \right) \; , \qquad {\tt J}_{\upsigma}^{} \;$$



In dieser Basis lautet die Drehimpulsalgebra:

$$[J_{x}, J^{*}] = \frac{h}{2\pi} J^{*}, [J_{x}, J^{-}] = -\frac{h}{2\pi} J^{-},$$
 
$$[J^{*}, J^{-}] = \frac{h}{2\pi} J_{x}$$

Die Quantisierung des Drehimpulses ist kein neues Postulat, sondern folgt aus der fundamentalen Kommutator-Beziehung  $x^*p - p^*x = i^*h/(2\pi)$ 

# Websites about the hydrogen

http://en.wikipedia.org/wiki/Hydrogen http://en.wikipedia.org/wiki/Hydrogen spectral series