"QED – Materie, Licht und das Nichts"

Wissenschaftliches Gebiet und Thema:
Physikalische Eigenschaften von Licht

Titel/Jahr:
"QED – Materie, Licht und das Nichts" (2005)

Filmstudio:
Scienc*e*motion

Regisseur:
Stefan Heusler

Webseite des Films:
http://www.sciencemotion.de/

Beschreibung des Films:
Die DVD hat zwei Teile. Im künstlerischen Teil (30 Min.) besucht das Puppenduo Nick & Prof. Schwerelos auf ebenso charmante wie eigenwillige Weise das Gedankengebäude, das Einstein & Co. uns hinterlassen haben. Die beiden etwas verschrobenen Wissenschaftler experimentieren, entwickeln Modelle, simulieren am Computer und haben jede Menge Spaß dabei, ohne dass zwangsläufig jede Idee gut oder jede Aussage vollkommen wasserdicht wäre. In rasantem Tempo werden so Modellvorstellungen zum Thema *Licht* aus den verschiedenen Physikepochen spielerisch präsentiert. Den roten Faden spinnen dabei zwei Naturkonstanten: Die Lichtgeschwindigkeit c und das Planck'sche Wirkungsquantum h.

Der technische Teil der DVD (120 Min.) beschreibt in einer Kombination aus Bildern und Formeln einzelne Bausteine zur Entwicklung der modernen Theorie der Wechselwirkung von Licht mit Materie, der Quantenelektrodynamik (QED). Die Modelle und Experimente des künstlerischen Teils werden in ca. 30 einzelnen Sequenzen weiter vertieft. Für etwa die Hälfte der technischen Sequenzen reicht Schulmathematik aus.

Link zur Trailer-Webseite
http://www.sciencemotion.de/

DVD kaufen:
Die DVD kann für EUR 20,00 zzgl. Versandkosten per E-Mail bestellt werden über http://www.sciencemotion.de/

Technischer Teil, Kapitel 4b

Titel der Szene:
Der Kommutator

Videoclip oder Foto:
Kapitel 4b, Technischer Teil

Zeitintervall:

Autor:
Stefan Heusler, Annette Lorke

Editor:
Stefan Heusler

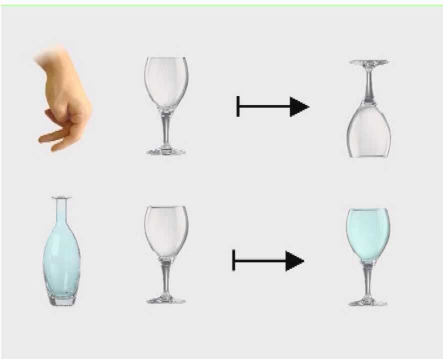
Wissenschaftliche Schlagwörter:
Kommutator, Operator, Eigenzustand, Eigenwert

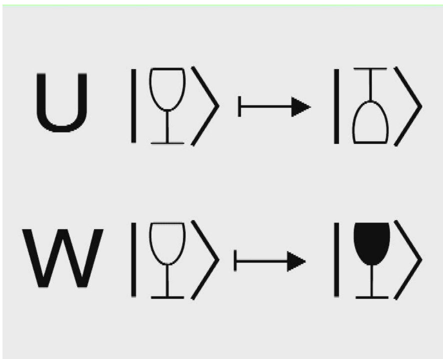
Beschreibung der Szene:

Wir zeigen ein einfaches Beispiel für den so genannten Kommutator. Bei vielen Handlungen ist ihre Reihenfolge wichtig. In unserem Beispiel betrachten wir die beiden folgenden Operationen:

1) Der Operator U dreht ein Glas einmal um.
2) Der Operator W gießt Wasser aus einer Flasche aus.

Zunächst werden die Operatoren mit Bildern illustriert. Dann werden abstraktere, mathematische Symbole eingeführt.





Schließlich werden beide Operatoren als 3*3 Matrix dargestellt. Die beiden Matrizen können auf zwei verschiedene Weisen miteinander multipliziert werden (U*W und W*U). Wenn das Resultat der Multiplikationen nicht dasselbe ist, ist die Reihenfolge der Anwendung dieser Matrizen also wichtig. Dies wird durch die Differenz zwischen beiden Kombinationen, U*W – W*U, beschrieben, die den Kommutator definiert. Der Kommutator ist genau dann null, wenn die Reihenfolge der Anwendung der Matrizen egal ist.

Autor: **Stefan Heusler, Annette Lorke**
E-Mail: **sciencemotion@web.de**

Film: **QED – Materie, Licht und das Nichts**
Filmszene: **Kapitel 4b, Technischer Teil**
Regisseur: **Stefan Heusler**
Film Studio: **Sciencemotion, www.sciencemotion.de**

Einfaches Niveau

Auf die Reihenfolge kommt es an. Bevor Du den Raum verlässt, solltest Du die Tür öffnen. Bevor Du das Fernsehprogramm auf der Fernbedienung wechseln kannst, solltest Du den Fernseher anmachen. Es sollte daher nicht verwundern, dass auch in der Physik und Mathematik die Reihenfolge von Operationen eine Rolle spielen kann. Wir beginnen mit einem sehr einfachen Beispiel: Wenn in eine leere Tasche erst 5 Äpfel und anschließend 4 Äpfel hineingelegt werden, sind schließlich 9 Äpfel in der Tasche. Dasselbe Endergebnis ergibt sich auch, wenn umgekehrt erst 4 Äpfel und anschließend 5 Äpfel in die Tasche hineingelegt werden. Dies bedeutet, dass bei Additionen die Reihenfolge keine Rolle spielt, die Additions-Operationen kommutieren also.

Faszinierende mathematische Strukturen ergeben sich für Operationen, die nicht miteinander kommutieren. Im Film zeigen wir als Beispiel ein leeres Glas, eine Wasserflasche und zwei Operationen: Die erste Operation ist das Umdrehen des Glases (der U-Operator), die zweite Operation ist das Ausgießen einer Wasserflasche über dem Glas (der W-Operator). Wie Du sehr einfach in der Küche ausprobieren kannst, kommutieren diese Operationen nicht. Die Reihenfolge ist also wichtig. Vielleicht fallen Dir auch noch andere Operationen ein, die nicht miteinander kommutieren.

Wenn Du eine Operation anwenden willst, brauchst Du einen Anfangszustand, von dem aus Du Deine Beobachtungen über die Wirkung des Operators starten kannst. In unserem Beispiel ist dieser Anfangszustand das leere Glas. Wenn Du einen Operator auf das leere Glas anwendest, dann kann er Eigenschaften des Glases verändern. Der *Anfangszustand* vor der Operation wird in den *Endzustand* nach der Operation überführt.

Da es verschiedene Operationen gibt, die auf das Glas angewendet werden, gibt es auch verschiedene Endzustände. Welches sind alle möglichen Endzustände, die wir erhalten können, wenn wir auf den Anfangszustand „leeres Glas“ jede beliebige Kombination der Operatoren U und W anwenden? Was immer Du machst, es ist immer eine der drei folgenden Möglichkeiten:

1) Glas aufrecht, leer,
2) Glass umgedreht, leer
3) Glass aufrecht, gefüllt.

Der Zustand „Glas umgedreht, gefüllt“ ist experimentell nicht zu realisieren und kommt daher auch in der mathematischen Formulierung nicht vor.

Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke
E-Mail: sciencemotion@web.de

Film: QED – Materie, Licht und das Nichts
Filmszene: Kapitel 4b, Technischer Teil
Regisseur: Stefan Heusler
Filmstudio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

Fortgeschrittenes Niveau

Die Operatoren U und W können als zwei 3 mal 3 Matrizen dargestellt werden, da es drei mögliche Endzustände des Glases geben kann. Allgemein führt die Anwendung eines Operators den Anfangszustand in den Endzustand über. Manchmal kommt es vor, dass ein Operator den Zustand nicht ändert. In diesem sehr wichtigen Fall ist der Zustand ein *Eigenzustand* des Operators. Zum Beispiel ist der Zustand „Glas aufrecht, gefüllt" ein Eigenzustand des Operators W, da

W |Glas aufrecht, gefüllt> = |Glas aufrecht, gefüllt>

Allerdings ist dieser Zustand nicht Eigenzustand von U, da

U |Glas aufrecht, gefüllt> = |Glas umgedreht, leer>

Ein Eigenzustand kann in gewisser Weise als „Messung" der Eigenschaft dieses Eigenzustandes betrachtet werden. Es hängt vom Operator ab, welche Eigenschaft des Zustands gemessen wird.

Wir wollen nun alle Eigenzustände des Operators W finden. Dazu suchen wir alle Lösungen der Gleichung:

W |Anfangszustand> = λ * |Anfangszustand> (λ ist das Resultat der Messung und heißt *Eigenwert*).

Aus der Definition des Operators W folgt sofort eine Lösung:

|Eigenzustand 1> = |Glas aufrecht, gefüllt> (mit λ = 1).

Dies ist aber nicht die einzige Möglichkeit:

|Eigenzustand 2> = |Glas umgedreht, leer> (mit λ = 1).

Es gibt noch eine etwas weniger offensichtliche Lösung, und zwar:

|Eigenzustand 3> = - |Glas aufrecht, leer> + |Glas aufrecht, gefüllt> (mit λ = 0)

Wir können leicht überprüfen, dass dies ein Eigenzustand ist, da:

W |Eigenzustand 3> = - |Glas aufrecht, gefüllt > + |Glas aufrecht, gefüllt > = 0
= 0 * |Eigenzustand 3>

Im Allgemeinen kann eine 3 mal 3 Matrix nicht mehr als drei Eigenzustände haben.

Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke
E-Mail: sciencemotion@web.de

Film: QED – Materie, Licht und das Nichts
Filmszene: Kapitel 4b, Technischer Teil
Regisseur: Stefan Heusler
Filmstudio: Science*motion*, www.sciencemotion.de

Weiterführende Informationen

Gegeben sind die 3 mal 3 Matrizen U und W. Welches sind ihre Eigenvektoren und Eigenwerte? Um diese Frage zu beantworten, müssen wir U und W diagonalisieren. Wir betrachten W als Beispiel:

$$W v_1 = \lambda_1 v_1, \quad v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad W v_2 = \lambda_2 v_2, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$W v_3 = \lambda_3 v_3, \quad v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Eigenwerte $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (1, 1, 0)$ sind nichts anderes als die diagonalisierte Matrix $W_{diag.}$ in der Basis der Eigenzustände.

$$W_{diag.} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Auf den ersten Blick ergeben diese formalen Manipulationen keinen großen Sinn. Es ist sehr viel einfacher, die Bedeutung des Formalismus zu verstehen, wenn die Ausdrücke mit einem handfesten Beispiel interpretiert werden, wie unser Glas-Flaschen-Beispiel. Unsere Interpretation des dritten Eigenvektors scheint wenig mit der Realität zu tun zu haben:

v_3= - |Glas aufrecht, leer> + |Glas aufrecht, gefüllt>
W v_3 =- |Glas aufrecht, gefüllt> + |Glas aufrecht, gefüllt> = 0

Dieser Zustand ist experimentell nicht zu realisieren, da es unmöglich ist den Zustand „minus Glas aufrecht, gefüllt“ herzustellen.
Paul Dirac stieß in seiner berühmten Gleichung auf Zustände mit negativer Energie. Für seine Gleichung zum Elektron hat er dann formale Lösungen gefunden, zu denen es kein experimentelles Pendant zu geben schien.
Die Zustände mit negativer Energie wurden schließlich richtig als Anti-Materie mit positiver Energie interpretiert. Es ist also ratsam, sich nicht zu schnell von Lösungen, die die Mathematik formal anbietet, mit der Begründung zu verabschieden, dass sie nicht experimentell realisierbar seien. Insofern ist die Mathematik ein guter Wegweiser hin zu neuen Entdeckungen. Natürlich ist unser Wasserglas-Modell für solche Entdeckungen viel zu einfach.

Internetseiten über den Kommutator und seine Bedeutung
http://de.wikipedia.org/wiki/Kommutator_%28Mathematik%29
http://de.wikipedia.org/wiki/Heisenbergsche_Unsch%C3%A4rferelation