

“QED – Materie, Licht und das Nichts”

1

Wissenschaftliches Gebiet und Thema:

Physikalische Eigenschaften von Licht

Titel/Jahr:

“QED – Materie, Licht und das Nichts” (2005)

Filmstudio:

Sciencemotion

Regisseur:

Stefan Heusler

Webseite des Films:

<http://www.sciencemotion.de/>

Beschreibung des Films:

Die DVD hat zwei Teile. Im künstlerischen Teil (30 Min.) besucht das Puppens Duo Nick & Prof. Schwerelos auf ebenso charmante wie eigenwillige Weise das Gedankengebäude, das Einstein & Co. uns hinterlassen haben. Die beiden etwas verschrobene Wissenschaftler experimentieren, entwickeln Modelle, simulieren am Computer und haben jede Menge Spaß dabei, ohne dass zwangsläufig jede Idee gut oder jede Aussage vollkommen wasserdicht wäre. In rasantem Tempo werden so Modellvorstellungen zum Thema *Licht* aus den verschiedenen Physikepochen spielerisch präsentiert. Den roten Faden spinnen dabei zwei Naturkonstanten: Die Lichtgeschwindigkeit c und das Planck'sche Wirkungsquantum h .



Der technische Teil der DVD (120 Min.) beschreibt in einer Kombination aus Bildern und Formeln einzelne Bausteine zur Entwicklung der modernen Theorie der Wechselwirkung von Licht mit Materie, der Quantenelektrodynamik (QED). Die Modelle und Experimente des künstlerischen Teils werden in ca. 30 einzelnen Sequenzen weiter vertieft. Für etwa die Hälfte der technischen Sequenzen reicht Schulmathematik aus.

Link zur Trailer-Webseite

<http://www.sciencemotion.de/>

DVD kaufen:

Die DVD kann für EUR 20,00 zzgl. Versandkosten per E-Mail bestellt werden über <http://www.sciencemotion.de/>

Technischer Teil, Kapitel 4d

2

Titel der Szene:

Die Drehimpulsalgebra

Videoclip oder Foto:

Kapitel 4d, Technischer Teil

Zeitintervall:

Autor:

Stefan Heusler, Annette Lorke

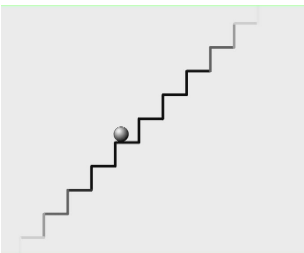
Editor:

Stefan Heusler

Wissenschaftliche Schlagwörter:

Quantisierung von Drehimpuls, Elektronenspin, Periodensystem der Elemente, Pauli Prinzip

Beschreibung der Szene:



Wir zeigen eine Treppe und einen Ball auf einer ihrer Stufen. Drei Operationen werden eingeführt:

- 1) Der Ball springt eine Stufe nach oben
- 2) Der Ball springt eine Stufe nach unten
- 3) Der Ball bleibt, wo er ist und gibt den Namen der Stufe an.

Diese drei Operationen können auf einen Ball auf jeder beliebigen Treppe mit N Stufen angewendet werden.

Wenn die Anzahl der Stufen ungerade ist ($N = 2l + 1$, l ganzzahlig), beschreibt dieses Modell normale *Drehungen*. Mit *normal* meinen wir, dass wir nach einer Drehung um 360° wieder den Ausgangspunkt erreichen. In der Quantenmechanik gibt es noch eine weitere Sorte von etwas ungewohnten Drehungen im so genannten „Spin-Raum“. Im Spin-Raum erreicht man erst nach einer Drehung um 720° wieder den Ausgangspunkt. Dieser Spin-Raum kann auch durch unser Modell beschrieben werden. In diesem Fall ist die Anzahl der Stufen auf der Treppe gerade ($N = 2l$).

Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke
E-Mail: sciencemotion@web.de

3

Film: QED – Materie, Licht und das Nichts
Filmszene: Kapitel 4d, Technischer Teil
Regisseur: Stefan Heusler
Film Studio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

Einfaches Niveau

Du bist wahrscheinlich schon viele Treppe hinauf gegangen, ohne Dich zu fragen, ob eine Treppe eine gerade oder ungerade Anzahl von Stufen hat. Erstaunlicherweise macht das in der mathematischen Physik einen ganz dramatischen Unterschied. Um das zu erklären, stell Dir vor, auf irgendeiner Stufe einer Treppe zu stehen. Du kannst nun drei verschiedene Dinge tun: Eine Stufe nach oben gehen, eine Stufe nach unten gehen, oder Du kannst bleiben, wo Du bist. Wir wollen die Stufen nummerieren, damit jede identifizierbar ist, z.B. Stufe Nr. 7.

Ein normaler Weg, den Stufen Namen zu geben, wäre z.B. bei der niedrigsten Stufe anzufangen, und von dort alle Stufen durchzunummerieren, z. B. „Stufe Nr. 1, Stufe Nr.2, usw.“. Aber unsere Treppe ist keine normale Treppe. Es ist eine magische Treppe, die irgendwo an einem Ort im Universum ist, wo man oben und unten nicht unterscheiden kann. Wie könnten wir die Stufen solch einer seltsamen Treppe nummerieren? Stell Dir vor, Du stehst irgendwo auf dieser Treppe. Als erstes solltest Du solange in eine Richtung, bis Du das Ende der Treppe erreicht hast. Zähle die Stufen von diesem Ende aus während Du in die andere Richtung gehst. Wenn Du die andere Seite erreicht hast, drehe Dich um, gehe zurück und zähl die Stufen in umgekehrter Reihenfolge.

Bei einer Treppe mit 5 Stufen wird jede Stufe auf diese beiden Weisen gezählt, was sich folgendermaßen schreiben lässt:

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$
 $5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Schau genau hin: Eine Treppenstufe erhält mit beiden Zählweisen dieselbe Nummer. Es ist die Zahl für die Stufe in der *Mitte* der Treppe. Diese Stufe ist also etwas ganz besonderes. Wir wollen die Stufen so *umbenennen*, dass der Stufe in der Mitte die Zahl Null zugeordnet wird. In unserem Beispiel ziehen wir also von jeder Stufennummer die Zahl 3 ab.

$1 - 3 \rightarrow 2 - 3 \rightarrow 3 - 3 \rightarrow 4 - 3 \rightarrow 5 - 3$
 $5 - 3 \rightarrow 4 - 3 \rightarrow 3 - 3 \rightarrow 2 - 3 \rightarrow 1 - 3$

Dadurch erhalten wir die folgenden Stufennummern:

$-2 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$
 $2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow -1 \rightarrow -2$

Diese Zählung beginnt in der Mitte mit der Stufe Nummer Null. Die Zählung ist um die mittlere Stufe herum symmetrisch. Bei einer Treppe, die kein oben und unten kennt, ist das die natürlichste Zählung.

Und jetzt kannst Du versuchen, eine **symmetrische** Nummerierung für eine Treppe mit **zwei** Stufen zu finden. Wenn Dir das gelingt, hast Du ein gutes Modell, um den Elektronenspin zu beschreiben.

Wie oben zählen wir als erstes die Stufen in zwei verschiedenen Richtungen die Treppenstufen zählen. Wir erhalten:

$1 \rightarrow 2$
 $2 \rightarrow 1$

Und schon sehen wir das Problem: Es gibt keine mittlere Stufe. Daher können wir keiner Stufe Null zuordnen, von der aus wir mit der Zählung starten können, um eine symmetrische Nummerierung zu erhalten. Trotzdem

möchten wir eine symmetrische Treppe haben. Wir könnten die folgenden Zahlen ausprobieren:

4

-1 → +1
+1 → -1

Diese Zählung ist in der Tat symmetrisch. Aber wir haben ein neues Problem. Die Stufenhöhe hat sich geändert. Die ursprüngliche Stufenhöhe war 1. Die jetzige Treppe hat die Stufenhöhe $1 - (-1) = 2$. Um wieder zu einer Treppe zu gelangen, die die Stufenhöhe 1 hat, dividieren wir alles durch 2:

$$-\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}$$

$$+\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$$

Und diese Stufennummerierung ist genau das, was für die Beschreibung des Elektronspins verwendet wird. Natürlich gibt es noch eine Reihe weiterer mathematischer Probleme, die für eine vollständige Beschreibung des Elektronspins gelöst werden müssen. Aber die wesentliche Idee wird durch diese Treppe beschrieben. Der Elektronspin hat zwei verschiedene Zustände, die durch zwei halbzahlige Werte, entweder „Spin $+1/2$ “ oder „Spin $-1/2$ “, beschrieben werden.

Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke
E-Mail: sciencemotion@web.de

5

Film: QED – Materie, Licht und das Nichts
Filmszene: Kapitel 4d, Technischer Teil
Regisseur: Stefan Heusler
Film Studio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

Fortgeschrittenes Niveau

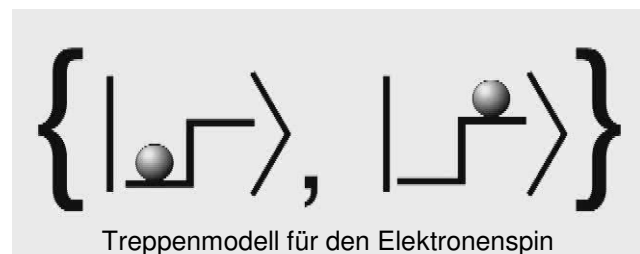
Was ist der Drehimpuls? Der Drehimpuls ist die Rotation eines Objektes relativ zu einem bestimmten Bezugspunkt. Zum Beispiel hat ein Kreisel, der um seine Achse dreht, relativ zu dieser Achse einen Drehimpuls. Je schneller der Kreisel sich dreht, desto höher ist sein Drehimpuls. Die Rotationsgeschwindigkeit des Kreisels kann kontinuierlich verändert werden.

Das trifft für ein Elektron im Atom nicht zu. Hier kann die Rotationsgeschwindigkeit nicht kontinuierlich verändert werden. Der Drehimpuls ist quantisiert. Das bedeutet, dass er nur in bestimmten Portionen zu- oder abnehmen kann. Die Größe dieser „Drehimpulsquanten“ ist durch das Planck'sche Wirkungsquantum gegeben, $h/(2\pi) = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Js.

Als Modell für die Quantisierung des Drehimpulses verwendet wird eine Treppe. Wenn zum Beispiel der Drehimpuls des Elektrons im Atom sich um eine Portion $h/(2\pi)$ verringert, entspricht das in dem Modell dem Ball, der eine Stufe auf der Treppe nach unten springt.

Die Gesamtanzahl der Stufen entspricht dem Absolutbetrag des Drehimpulses des Elektrons. Wenn das Elektron gar keinen Drehimpuls hat, entspricht das einer Treppe mit einer einzigen Stufe, der „Stufe Null“.

Wenn der Absolutbetrag des Drehimpulses von Null verschieden ist, kann das Elektron entweder in positive oder negative Richtung drehen. Der einfachstmögliche Fall in unserem Modell ist eine Treppe mit drei Stufen: $+1 h/(2\pi)$, $0 h/(2\pi)$, $-1 h/(2\pi)$.



Im Allgemeinen hat eine Treppe, die den Drehimpuls beschreibt, eine **ungerade Anzahl von Stufen**. Die Gesamtanzahl $(2l + 1)$ von Stufen der „Drehimpulstreppe“ wird durch die maximale Drehimpulskomponente $l \cdot h/(2\pi)$, projiziert auf eine gegebene Achse, bestimmt.

Im Allgemeinen hat eine Treppe, die den Spin beschreibt, eine **gerade Anzahl** von Stufen. Der Elektronenspin, projiziert auf eine gegebene Achse, hat nur zwei mögliche Zustände. Dies entspricht einer Treppe mit $2 \cdot S + 1 = 2$ Stufen, mit $S = 1/2$.

Elektronen haben sowohl einen Drehimpuls (mit jedem beliebigem Wert von l für die Treppe mit der ungeraden Anzahl von $2^*l + 1$ Stufen) als auch einen Spin (mit dem Wert $S = \frac{1}{2}$ für die Treppe mit $2^*S + 1 = 2$ Stufen). Um den Rotationszustand des Elektrons zu beschreiben, müssen wir die Stufenposition des Elektrons sowohl auf der Drehimpulstreppe als auch auf der Spintreppe angeben.

Wenn der maximale Drehimpuls l entspricht, gibt es $2(2^*l + 1)$ verschiedene Möglichkeiten für die Kombination von Spin- und Drehimpulszustand.

Mit diesem Modell für den Rotationszustand des Elektrons können wir bereits die wichtigsten Eigenschaften des Periodensystems der Elemente erklären.

Gruppe → 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

↓ Periode

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <u>1</u> | <u>1</u> H | | | | | | | | | | | | | | | | | <u>2</u> He |
| <u>2</u> | <u>3</u> Li | <u>4</u> Be | | | | | | | | <u>5</u> B | <u>6</u> C | <u>7</u> N | <u>8</u> O | <u>9</u> F | <u>10</u> Ne | | | |
| <u>3</u> | <u>11</u> Na | <u>12</u> Mg | | | | | | | | <u>13</u> Al | <u>14</u> Si | <u>15</u> P | <u>16</u> S | <u>17</u> Cl | <u>18</u> Ar | | | |
| <u>4</u> | <u>19</u> K | <u>20</u> Ca | <u>21</u> Sc | <u>22</u> Ti | <u>23</u> V | <u>24</u> Cr | <u>25</u> Mn | <u>26</u> Fe | <u>27</u> Co | <u>28</u> Ni | <u>29</u> Cu | <u>30</u> Zn | <u>31</u> Ga | <u>32</u> Ge | <u>33</u> As | <u>34</u> Se | <u>35</u> Br | <u>36</u> Kr |
| <u>5</u> | <u>37</u> Rb | <u>38</u> Sr | <u>39</u> Y | <u>40</u> Zr | <u>41</u> Nb | <u>42</u> Mo | <u>43</u> Tc | <u>44</u> Ru | <u>45</u> Rh | <u>46</u> Pd | <u>47</u> Ag | <u>48</u> Cd | <u>49</u> In | <u>50</u> Sn | <u>51</u> Sb | <u>52</u> Te | <u>53</u> I | <u>54</u> Xe |
| <u>6</u> | <u>55</u> Cs | <u>56</u> Ba | * | <u>72</u> Hf | <u>73</u> Ta | <u>74</u> W | <u>75</u> Re | <u>76</u> Os | <u>77</u> Ir | <u>78</u> Pt | <u>79</u> Au | <u>80</u> Hg | <u>81</u> Tl | <u>82</u> Pb | <u>83</u> Bi | <u>84</u> Po | <u>85</u> At | <u>86</u> Rn |
| <u>7</u> | <u>87</u> Fr | <u>88</u> Ra | ** | <u>104</u> Rf | <u>105</u> Db | <u>106</u> Sg | <u>107</u> Bh | <u>108</u> Hs | <u>109</u> Mt | <u>110</u> Ds | <u>111</u> Rg | <u>112</u> Uub | <u>113</u> Uut | <u>114</u> Uuq | <u>115</u> Uup | <u>116</u> Uuh | <u>117</u> Uus | <u>118</u> Uuo |

Die Anordnung der Elemente entspricht der Gesamtzahl von Elektronen im Atom. Wasserstoff (H) hat ein Elektron, Helium (He) hat zwei Elektronen, Lithium (Li) hat drei Elektronen, etc. Nehmen wir zum Beispiel noch Silber mit 79 Elektronen. Wie sind diese Elektronen im Atom angeordnet? Die experimentellen Befunde mögen ungewohnt, doch sitzen diese Elektronen auf den Stufen zweier verschiedener Treppen, die verschiedenen Portionen von Drehimpuls ($2^*l + 1$ Stufen) und Spin ($2S + 1 = 2$ Stufen, $S = \frac{1}{2}$) entsprechen. Die Vorstellung entspricht aber den experimentellen Befunden. Wolfgang Pauli, einer der Väter der Quantenmechanik, hat entdeckt, dass zwei Elektronen **niemals auf derselben Stufe** sitzen. Dies ist das so genannte Pauli-Prinzip.

Die Elektronen im Atom können durch die so genannten **Quantenzahlen** (n , l , m , $S=\frac{1}{2}$, s) beschrieben werden. Bis auf die Hauptquantenzahl n , die mit der Periode $n=1, 2, 3...$ im Periodensystem der Elemente zu tun hat, hängen alle anderen Quantenzahlen (l , m) und ($S=\frac{1}{2}$, s) mit der Drehimpulstreppe und der Spintreppe unseres Modells zusammen. Die Quantenzahlen beschreiben den Rotationszustand des Elektrons.

Die Zahlen (l , m) beschreiben den Drehimpuls des Elektrons. Die **Gesamtdrehimpuls-Quantenzahl l** entspricht einer Treppe mit der Stufenanzahl ($2^*l + 1$). Die **magnetische Quantenzahl m** beschreibt die Stufenposition des Elektrons auf dieser Treppe ($m = -l, \dots, -1, 0, 1, l$). der Spin wird durch das Paar ($S=\frac{1}{2}$, s) und einer Treppe mit zwei Stufen beschrieben...

Die Zahlen ($S=\frac{1}{2}$, s) beschreiben den Elektronenspin. Die **Gesamtspinzahl S** ist für das Elektron immer $S=\frac{1}{2}$, daher hat diese Spintreppe immer zwei Stufen. Die

Spinquantenzahl s beschreibt die Stufenposition des Elektrons auf dieser zweistufigen Treppe und lautet entweder $s = -\frac{1}{2}$ oder $s = \frac{1}{2}$.

Wir wenden unser Treppenmodell nun auf die Elemente der ersten Periode an, $n=1$. In der ersten Periode hat das Elektron überhaupt keinen Drehimpuls, $l=0$. Im Wasserstoff-Atom gibt es nur ein Elektron, das durch die Hauptquantenzahl $n=1$, die Drehimpulsquantenzahlen ($l=0$, $m=0$) und die Spinquantenzahlen ($S=\frac{1}{2}$, $s=+\frac{1}{2}$) beschrieben wird.

Als nächstes betrachten wir Helium. Aufgrund des Pauli-Prinzips müssen die zwei Elektronen auf zwei unterschiedlichen Treppenstufen sitzen. Allerdings hat die Drehimpulstreppe für $l=0$ nur $2 \cdot l + 1 = 1$ Stufe. Darum müssen beide Elektronen einen anderen Spin haben: Ein Elektron sitzt auf der Stufe ($s=+\frac{1}{2}$), das andere auf der Stufe ($s=-\frac{1}{2}$).

Wie viele Zustände gibt es zur Hauptquantenzahl $n = 2$? Um diese Frage zu beantworten, benötigen wir noch eine weitere Information, die aus der Quantenmechanik folgt: Im Allgemeinen kann der Gesamtdrehimpuls in einer Periode n nur die Werte $l = 0, 1, \dots, n - 1$ annehmen. Für $n=2$ kann der Gesamtdrehimpuls demzufolge entweder $l=0$ oder $l=1$ sein. Für $l=0$ gibt es zwei mögliche Spinausrichtungen. Für $l=1$ entspricht der Drehimpuls einer Treppe mit drei Stufen: $m = -1, 0, +1$. Für jede Stufe gibt es wieder zwei mögliche Spinausrichtungen. Insgesamt erhalten wir also $2(1 + 3) = 8$ mögliche Quantenzahlen für Elektronen in der Periode $n=2$. Diese acht Zustände entsprechen acht Atomen (Li, Be, B, C, N, O, F, Ne).

In jeder Periode n gibt es eine Elektronenkonfiguration, in der alle Treppen entweder komplett mit Elektronen besetzt oder komplett unbesetzt sind. Diese Atome sind chemisch besonders stabil und heißen Edelgase. Bei Atomen, die keine Edelgase sind, gibt es Treppen, die nicht vollständig mit Elektronen besetzt sind. Um eine stabilere Elektronenkonfiguration zu erreichen, versuchen solche Atome, mit anderen chemischen Bindungen einzugehen, damit im Molekül nur vollständig gefüllte oder vollständig leere Treppen auftreten. Das einfachste Beispiel hierfür ist das Wasserstoff-Gas H_2 .

Internetseiten über das Periodensystem der Elemente & Quantenchemie

<http://de.wikipedia.org/wiki/Periodensystem>

<http://de.wikipedia.org/wiki/Quantenchemie>

<http://de.wikipedia.org/wiki/Pauli-Prinzip>

Autor: Stefan Heusler, Annette Lorke
E-Mail: sciencemotion@web.de

8

Film: QED – Materie, Licht und das Nichts
Filmszene: Kapitel 4d, Technischer Teil
Regisseur: Stefan Heusler
Film Studio: Sciencemotion, www.sciencemotion.de

Weiterführende Informationen

Das Treppenmodell beschreibt Spin und Drehimpuls des Elektrons sehr zufrieden stellend. Allerdings kann dieses Modell keine Aussage darüber machen, in welcher Reihenfolge die einzelnen Stufen besetzt werden.

Die Elemente im Periodensystem sind nach der Anzahl der Elektronen angeordnet. Die Reihenfolge, in der Elektronenzustände besetzt werden, wird durch die **Bindungsenergie** der Valenzelektronen bestimmt. Das Treppenmodell macht keinerlei Aussage über die Bindungsenergie. Zum Beispiel erscheinen die 10 Elemente zwischen Sc und Zn in Periode 4 erst nach den zwei Elementen (K, Ca) mit $n=4$, und dem Drehimpuls $l=0$, obwohl sie die Hauptquantenzahl $n=3$ und den Gesamtdrehimpuls $l=2$ haben.

Im Jahre 1925 hat Wolfgang Pauli sein Ausschlussprinzip formuliert, welches für alle Teilchen mit halbzahligem Spin gilt. Zunächst wurde das Ausschlussprinzip als eine empirische Regel ohne rigorosen Beweis formuliert. Später wurde durch das **Spin-Statistik-Theorem** eine mathematische Grundlage geschaffen. Demzufolge haben Teilchen mit halbzahligem Spin eine antisymmetrische Wellenfunktion und Teilchen ohne halbzahligen Spin eine symmetrische Wellenfunktion. Diese beiden Teilchensorten heißen heute Fermionen und Bosonen.

Wir diskutieren das Spin-Statistik-Theorem in einem einfachen Beispiel. Wir betrachten die Wellenfunktion von zwei Elektronen, die durch die Variablen e_1 und e_2 beschrieben werden. Gemäß des Spin-Statistik-Theorems muss die Wellenfunktion antisymmetrisch unter Vertauschung der beiden Elektronen 1 und 2 sein:

$$\psi(e_1, e_2) = -\psi(e_2, e_1)$$

Dies bedeutet insbesondere, dass zwei verschiedene Elektronen, die durch dieselben Quantenzahlen beschrieben werden, nicht existieren können.

$$\psi(e_1, e_1) = -\psi(e_1, e_1) \rightarrow \psi = 0$$

Diese Schlussfolgerung kann für Bosonen nicht getroffen werden. Daher können viele Bosonen im selben Quantenzustand koexistieren.

Internetseiten über das Periodensystem der Elemente & Quantenchemie

<http://de.wikipedia.org/wiki/Periodensystem>

<http://de.wikipedia.org/wiki/Quantenchemie>

<http://de.wikipedia.org/wiki/Pauli-Prinzip>